

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ 2006

1. Одредити све двоцифрене бројеве који су 4 пута већи од збира својих цифара.
2. Нека је D средиште крака BC једнакокраког троугла ABC . Израчунати дужину основице AB тог троугла ако је познато да је његов обим 25 cm, а да је обим троугла ABD за 1 cm већи од обима троугла ADC .
3. Израчунати збир свих природних бројева којима је при дељењу са 6 количник једнак остатку.
4. У оштроуглом троуглу ABC је $\angle BAC = 2\angle ABC$. Доказати да висина из темена C и симетрала угла BCA образују угао једнак полуразлици углова BAC и ABC .
5. Каубој пешачи од места A до места B , а враћа се назад јашући, и за све то му је потребно $5\frac{1}{4}$ сати. Да је пешачио у оба смера требало би му 7 сати. Колико би му времена требало да је јахао у оба смера? (Подразумева се да каубој пешачи и јаше константним брзинама.)

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ 2006

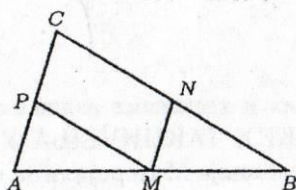
1. Одредити 2006-у цифру иза децималног зареза у децималном запису броја $\frac{21}{37}$.
2. При сабирању два децимална броја ученик је непажњом код једног од бројева померио децимални зарез за два места удесно. Услед тога је уместо резултата 62,5876 добио 295. Које бројеве је ученик требао да сабере?
3. У оштроуглом једнакокраком троуглу ABC дужина основице AB већа је од дужине крака BC . Симетрала угла на основици и висина из истог темена граде угао од 18° . Колики је угао на основици тог троугла?
 $AB > BC$
4. Нека је $ABCD$ правоугаоник ($AB > CD$), а тачке E и F су такве да су троуглови AED и CDF једнакостранични и тачка E припада унутрашњости и правоугаоника $ABCD$ и троугла CDF . Доказати да је троугао BEF једнакостраничан.
5. Таблица 5×5 попуњена је на произвољан начин бројевима из скупа $\{-1, 0, 1\}$. Посматрају се зборови тих бројева по врстама, колонама и обе дијагонале таблице. Доказати да међу њима бар два морају бити једнака.

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ 2007

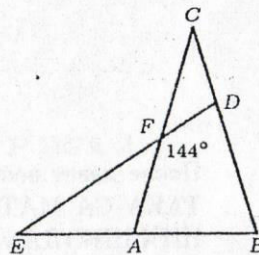
1. Израчунати вредност израза $\frac{9 \cdot \left(-2007 + \frac{2007}{9}\right)}{(9 \cdot 2007 - 2007) : 9}$.

2. Израчунати збир заједничких целобројних решења неједначина $7x - 16 \geq -58$ и $-9x + 73 > 100$.

3. У троуглу ABC тачка M је средиште странице AB . Ако је MN паралелно са AC и MP паралелно са BC (као на слици), доказати да је $\triangle AMP \cong \triangle MBN$.



Сл. уз зад. 18



Сл. уз зад. 20

4. Упоредити бројеве a и b ако је

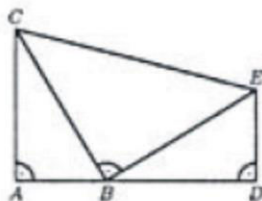
$$a = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 2005 - 2006,$$

$$b = 1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 + \dots + 2005 - 2007.$$

5. Израчунати углове једнакокраких троуглова ABC ($AC = BC$) и BDE ($BE = DE$) (видети слику).

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ 2007

1. Одредити збир целобројних решења неједначине $|x - 1| < 6$.
2. Симетрале углова BAC и ABC троугла ABC секу се под углом од 124° . Одредити меру угла ACB .
3. Аца, Бора и Веса су имали неколико кликера у кеси. Аца је пришао и додао онолико кликера колико је било у кеси и још 1 кликер. Затим је Бора пришао и додао два пута онолико кликера колико је у том тренутку било у кеси и још 3 кликера. Последњи је пришао Веса и додао три пута онолико кликера колико је у том тренутку било у кеси и још 5 кликера. Ако је на крају у кеси било 149 кликера, колико кликера је било у кеси на почетку?
4. На дужи AD дата је тачка B , таква да су троуглови ABC и DEB правоугли, а троугао CBE једнакокрако правоугли, као на слици. Доказати да су троуглови ABC и DEB подударни.



5. У једној школи има 800 ученика. Доказати да бар три ученика имају рођендан истог датума.

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ 2008

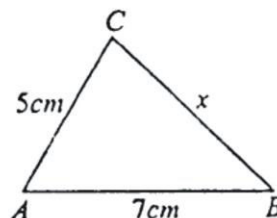
1. Израчунај вредност израза

$$2000x - 2001x + 2002x - 2003x + 2004x - 2005x + 2006x - 2007x$$

ако је x негативно решење једначине $|x| = 2008$.

2. У троуглу ABC угао $\sphericalangle BAC = \alpha$ и $\sphericalangle ABC = \beta$. Симетрале углова α и β секу се под углом 124° . Одреди угао $\sphericalangle ACB = \gamma$.

3. Ако су странице троугла 5, 7 и x (у cm), гледај слику и одреди природне бројеве x . За сваку вредност x упореди одговарајуће углове.



4. Наћи разломак са имениоцем 4 мањи од $-\frac{5}{23}$, а већи од $-\frac{6}{23}$.

5. Нацртај правоугаоник $ABCD$ ($AB = 3cm$, $BC = 5cm$). Одреди тачке M , N , P , Q које су редом средишта страница AB , BC , CD , DA . На изломљеној линији $MNPQ$ конструиши тачке које су једнако удаљене од темена A и C .

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ 2008

1. Ако је

$$x = (-5) - (-3) + 5 + (-5) \text{ и } y = -5 - x$$

израчунај колико је $|x - 1| - |y - 2|$.

2. Милован је требало да подели неки број са 9. Уместо да подели са 9 он је од тог броја одузео 9 и добио резултат -603 . Који резултат би Милован добио да није погрешно?

3. У троуглу ABC угао $\sphericalangle BAC = 40^\circ$, $\sphericalangle ABC = 20^\circ$ и $AB - BC = 10cm$. Ако симетрала угла $\sphericalangle ACB$ сече праву AB у тачки M , одреди дужину CM .

4. За углове троугла ABC важи: $\sphericalangle ACB = 90^\circ$, $\sphericalangle ABC = 2 \cdot \sphericalangle CAB$. Катета BC је $8cm$. Тачка M је средиште хипотенузе AB , тачка N је средиште катете AC и тачка P средиште дужи AM . Израчунај дужину изломљене линије $BCMNPA$.

5. За природне бројеве a , b и c важи да су већи од 1 и да је бар један од њих паран. Ако је $a + 1 = 2b + 2 = 3c + 3$, наћи најмању вредност производа $a \cdot b \cdot c$.

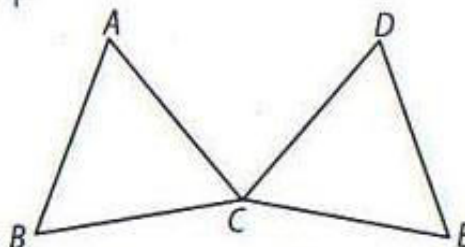
ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ 2009

1. Ако је $x = (-5) - (-3) + 5 + (-5)$ и $y = -5 - x$ израчунај колико је

$$|x-1| - |y-2|.$$

2. Израчунај $|(-2009 : 49 + 2009 : 41 - 2009 : 7) : 9|$.

3. Троуглови на слици су једнакостранични и подударни, и имају једно заједничко теме, тачку C . Израчунај $\angle ABD$ ако је $\angle ACD = 70^\circ$.



4. Весна је записала 2 009 целих бројева таквих да је сваки следећи за 2 већи од претходног. Ако је највећи међу њима 2008 одреди збир свих ових бројева.
5. Срећко је запослен у сервису „Аладин“ и за 8 сати треба да очисти 80 m^2 тепиха. За 6 сати је очистио 3 тепиха димензија $3\text{m} \times 2,5\text{m}$, тепих стазу ширине $1,4\text{m}$ и дужине 12m и 2 тепиха димензија $3,5\text{m} \times 3\text{m}$. Колико је још m^2 тепиха очистио до краја радног времена?

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ 2009

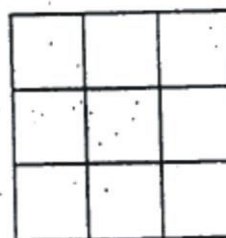
1. Одреди три рационална броја која су мања од $\frac{5}{12}$ и већа од $\frac{1}{2}$, а којима су именилац и бројилац узајамно прости бројеви.

2. У троуглу ABC ($AB > BC$) кроз тачке A и C конструисане су праве које су нормалне на симетралу угла ABC . Оне секу праве BC и AB , редом, у тачкама K и M . Израчунај дужину странице AB ако је $KC = 5\text{cm}$ и $MB = 8\text{cm}$.

3. Колико има природних бројева мањих од 2009 чији је производ цифара 42?

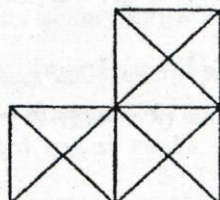
4. Дат је троугао чије су дужине страница цели бројеви (у центиметрима). Колики је најмањи, а колики највећи могући обим овог троугла ако је једна страница дужине 2009cm , а друга 2008cm ?

5. Да ли се у квадрат 3×3 (види слику) могу уписати бројеви из скупа $\{-1, 0, 1\}$ тако да зборови бројева по колонама, врстама и дијагоналама буду различити (свака два)?

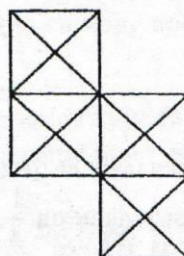


ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ 2010

1. Израчунај вредности израза a , b , c , d и e ако је:
 $a = -3 - 8$, $b = 2 - |-4|$, $c = |a - b|$, $d = -(c - b)$, $e = a + b + c + d$.
2. Упореди углове троугла ABC ако за његове странице a , b и c важи да је $b = a + 2$, $c = b - 1$, а његов обим је 72.
3. Колико троуглова можеш да уочиш на слици? Образложи одговор.



Сл. уз зад. 350

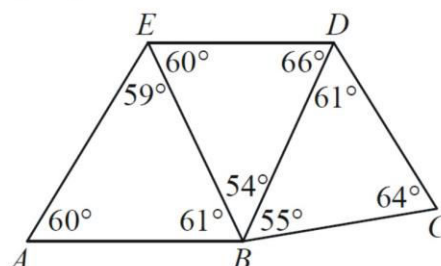


Сл. уз зад. 356

4. Мајка и ћерка су рођене у истом веку. Колико година је мајка старија од ћерке ако је данас производ њихових година 2010?
5. У унутрашњости троугла ABC дата је тачка P . Покажи да је $\angle ACB < \angle APB$.

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ 2010

1. Ако су a , b и c цели бројеви и ако је $a \cdot b = -6$, $a \cdot c = -10$ и $b \cdot c = 15$ израчунај $a \cdot b \cdot c$, a , b и c .
2. Над страницом AB квадрата $ABCD$ конструисан је једнако-странични троугао ABE при чему је тачка E у унутрашњости квадрата. Израчунај угао DEC .
3. Одреди $n \in \mathbb{N}$ тако да је $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{n}$ природан број.



4. Седам дужи формирају три троугла као на слици. Која од тих седам дужи је најдужа?
5. У једнакостраничном троуглу странице 4cm на случајан начин је распоређено 17 тачака. Докажи да постоје две тачке чије је растојање мање од 1cm.

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ 2011

VI разред

1. Који број треба да стоји уместо * да би једнакост $(2006 + 2005 + 2004 + 2003) - (2010 + 2009 + 2008 + 2007) = 1999 - *$ била тачна?
2. Одреди углове троугла ABC чији спољашњи угао β_1 је три пута већи од суседног унутрашњег угла, а два пута већи од једног несуседног унутрашњег угла троугла.
3. Дати су скупови $A = \{-5, -4, -2, 1, 3\}$ и $B = \{-3, -1, 0, 2\}$. Одреди елементе скупа $C = \{c \mid c = |a + b|, a \in A, b \in B\}$.
4. Мерни бројеви страница троугла (u cm) су природни бројеви. Ако је обим троугла 22 cm и једна страница 11 cm, колико центиметара могу имати друге две странице тог троугла?
5. Збир k ($k > 1$) узастопних целих бројева је 9. Који су то бројеви? Колико решења има задатак?

Ђ.ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ 2011

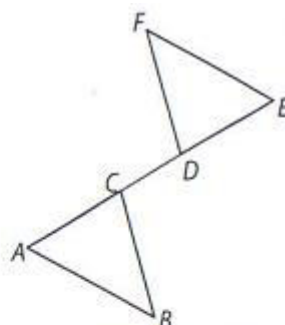
1. Ако је $x = -12 + 4$, $y = -12 : 4$, $z = -12 \cdot 4$, израчунај:
а) $(x + y) \cdot (x - z)$, б) $\frac{z - x}{x - y}$, в) $\frac{x \cdot y + z}{z : x}$.
2. Странице правоуглог троугла су 6cm, 10cm и 8cm. Израчунај растојање тежишта тог троугла од средишта хипотенузе.
3. Одреди целе бројеве a , b и прост број p такве да је $|a \cdot b| \cdot p = 4022$.
4. Разлика највећег и најмањег угла једнакокраког троугла је 8° . Одреди углове тог троугла.
5. Одреди:
а) највећи, б) најмањи
природан број чији је производ цифара 7560, а у запису броја се не појављује цифра 1.

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ 2012

1. Израчунај вредност израза 2012: $\left(4 - \frac{1}{503}\right) - \frac{503}{2011}$.
2. На кружници $k(O, 3\text{cm})$ изабери тачке A, B, C и D . Конструирај симетралу s дужи OA . Пресликај кружницу k и тачке A, B, C и D осном симетријом у односу на праву s .
3. Израчунај вредности израза a, b, c, d и e ако је:
 $a = -3 - 8, b = 2 - |-4|, c = |a - b|, d = -(c - b), e = a + b + c + d$.
4. Славко и Марко су садили дрвеће. При томе $\frac{1}{3}$ садница су биле трешње, $\frac{3}{8}$ орах, а остало јабука. Колико највише јабука су они засадили ако су садили мање од 360 садница?
5. Одреди $a \in \mathbb{Z}$, тако да је и $\frac{7}{a+3} \in \mathbb{Z}$.

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ 2012

VI РАЗРЕД



1. Ако је $AB = FE, AB \parallel FE$ и $AD = CE$ (на слици) докажи да је $FD = BC$.
2. Производ 7 различитих целих бројева је 252. О којим бројевима је реч?
3. У троуглу ABC ($\sphericalangle C = 90^\circ$), тачка D је на страници BC таква да су троуглови CDA и ADB једнакокраки. Одреди углове троугла ABC .
4. На тезги су биле крушке, јабуке, брескве и банане. Укупно је било више од 50, а мање од 100 комада воћа. Број крушака и јабука је исти, а заједно чине трећину укупног броја воћа. Од преосталог воћа $\frac{5}{7}$ нису банане. Колико комада јабука и банана је заједно било на тезги?
5. Реши једначину $|ab| + p = 53$ у скупу целих бројева, ако је p прост, а a и b су непарни бројеви.

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ 2013

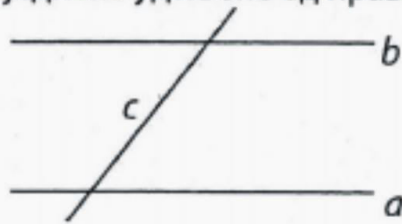
1. Ако је $x = (-4) - (-3) + (-5)$ и $y = -1 - x$ израчунај колико је $|x - 1| - |y - 2|$.
2. За које a и b је петозифрени број $\overline{201a3b}$ дељив са 15 (цифре a и b су различите)?
3. Нека су a_1, a_2, a_3, a_4 и a_5 надовезани углови при чему је збир свака два суседна угла 40° . Њихове симетрале су редом s_1, s_2, s_3, s_4 и s_5 . Израчунај $\sphericalangle(s_3, s_4)$ и $\sphericalangle(s_2, s_5)$.
4. Из скупа $A = \left\{ \frac{2}{5}, -\frac{3}{4}, -\frac{4}{3}, \frac{5}{4}, -\frac{7}{8}, \frac{3}{4} \right\}$ изабери четири броја тако да њихов збир буде: а) најмањи; б) највећи могући.
5. На колико се начина број 2013 може записати као производ два цела броја?

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ 2013

1. Колико има четвороцифрених бројева дељивих са 5, код којих:
а) се цифре могу понављати; б) су све цифре различите?
2. У правоуглом троуглу један оштар угао је 30° . Дужина катете наспрам угла од 30° је 9cm. Израчунај растојање тежишта троугла од:
а) ортоцентра троугла; б) центра описаног круга тог троугла.
3. У троуглу ABC угао α је 80° , а висине h_a и h_b секу се под углом од 126° . Која је најмања, а која највећа страница у троуглу ABC ?
4. Лука је на тастатури хтео да укуца двоцифрени број \overline{ab} . Грешком је испред прве цифре и после друге цифре укуцао 4. На тај начин добио је четвороцифрени број 54 пута већи од двоцифреног броја \overline{ab} . Одреди број \overline{ab} .
5. У квадрату странице 44cm распоређено је 2013 тачака. Докажи да постоји квадрат странице 1cm у коме су бар две тачке.

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ 2014

1. Конструйши тачке једнако удаљене од правих a , b и c (где је $a \parallel b$).



2. Израчунај и упореди вредности израза

$$x = 4\frac{1}{4} - \left(\left(2\frac{5}{8} - 1\frac{1}{2} \right) + \frac{3}{4} \right), \quad y = \left(4\frac{1}{4} - 2\frac{5}{8} \right) - \left(1\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right).$$

3. Колико степени има угао који је једнак петини свог комплементног угла?
4. Одреди најмањи четвороцифрени број дељив са 18 који има све цифре различите.
5. Одреди 51 узастопни цео број тако да је њихов збир једнак -51 .

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ 2014

1. Прав угао троугла чији су оштри углови 36° и 54° подељен је на четири угла висином, симетралом угла и тежишном дужи које полазе из темена правог угла. Одреди величине та четири угла.
2. Нађи збир првих 2014 децимала броја $\frac{6}{7}$.
3. Симетрала угла BAC на основици AB једнакокраког троугла ABC гради са наспрамном страницом угао од 57° . Израчунај угао између симетрала углова на основици тог троугла.
4. Дато је 999 различитих простих бројева. Докажи да међу њима има бар 250 бројева који се завршавају истом цифром.
5. На колико начина се број 210 може написати као производ шест међусобно различитих целих бројева?

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ 2015

1. Одреди x тако да буде $|x + 1| = |-2 + 3 - 4|$.
2. Број 698 подељен једним једноцифреним бројем даје остатак 5. Колики може бити остатак ако 2015 поделимо истим тим бројем?
3. Дата је дуж $AB = 30,12\text{cm}$. Тачке O , M и K су на тој дужи тако да је дуж AM четири пута краћа од дужи MB и $AO = KB = 20,14\text{cm}$. Какав је распоред тачака A , B , O , M и K и колика су растојања између суседних тачака?
4. Нацртај троугао ABC , такав да је $\sphericalangle A > \sphericalangle B > \sphericalangle C$. Конструирај затим тачку која је на једнаком растојању од полуправих AB и AC , а такође и на једнаком растојању од тачака B и C .
5. У царству бројева Неуништиви змај има 100 глава. Витез Спретнић има мач којим може да одсече змају тачно 33, 21 или 17 глава. Змај има чаробно својство да му у првом случају одмах израста 18 глава, у другом 36, а у трећем 14 глава, али под условом да му витез није одсекао све главе. Ако витез одсече све главе, онда је победио змаја. Да ли он то може да учини?

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ 2015

1. На писменом задатку из математике требало је да се израчуна вредност следећег израза:
$$\frac{13}{31} - \frac{31}{13} + \frac{389}{403} - 31,13 + 13,31.$$
Трећина ученика је добила резултат $-18,82$; две седмине ученика је добило резултат $-45,44$, а преосталих 8 ученика није решавало задатак. Колико ученика је тачно урадило задатак?
2. У троуглу ABC је $\sphericalangle ACB = 90^\circ$. Ако симетрала хипотенузе и тежишна линија CC_1 заклапају угао од 50° , израчунај углове троугла ABC .
3. Докажи да не постоје цифре a, b, c, d и e , такве да је
$$\overline{abcd}, e \cdot e = \overline{cadeb}.$$
4. Бака има 10 унучади и сви имају различит број година. Алиса је најстарија. Ако је збир година свих унучади 180, колико најмање Алиса може имати година?
5. Докажи да је центар уписаног круга троугла најближи оном темену тог троугла које је уједно теме његовог највећег угла.