Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

06.03.2010.

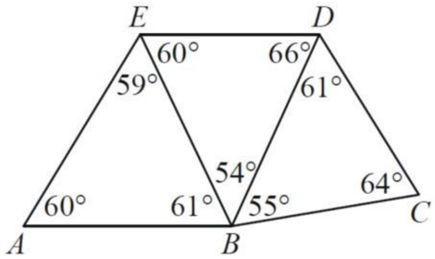
VI РАЗРЕД

1. Ако су a, b и c цели бројеви и ако је $a \cdot b = -6$, $a \cdot c = -10$ и $b \cdot c = 15$ израчунај $a \cdot b \cdot c$, a, b и c.

2. Над страницом AB квадрата $ABCD$ конструисан је једнакостранични троугао ABE при чему је тачка E у унутрашњости квадрата. Израчунај угао DEC.

3. Одреди $n \in \mathbb{N}$ тако да је $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{n}$ природан број.

4. Седам дужи формирају три троугла као на слици. Која од тих седам дужи је најдужа?



5. У једнакостраничном троуглу странице 4cm на случајан начин је распоређено 17 тачака. Докажи да постоје две тачке чије је растојање мање од 1cm.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VI РАЗЕД

1. (**ML XLII-2**) Како је a цео број који је делилац бројева –6 и –10 то је $a \in \{1, -1, 2, -2\}$. У случајевима када је $a = 1$ или $a = -1$, добијамо да је $b \cdot c = 60$, што је нетачно (**6 бодова**). У случају када је $a = 2$, имамо да је $b = -3$, $c = -5$ и $a \cdot b \cdot c = 30$ што је једно решење задатка (**7 бодова**). У случају када је $a = -2$, имамо да је $b = 3$, $c = 5$ и $a \cdot b \cdot c = -30$ што је друго решење задатка (**7 бодова**).

2. (**ML XLIV-3**) Угао EBC је једнак $90° - 60° = 30°$. Странице троугла и квадрата су једнаке па је на основу тога троугао EBC једнакокрак ($EB = BC$). Углови на основици EC су по $75°$. $\Delta EBC \cong \Delta EAD$, па је $\measuredangle DEA = 75°$ (**8 бодова**). Дакле,

$$\measuredangle DEC = 360° - 60° - 2 \cdot 75° = 150° \text{ (12 бодова)}.$$

3. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{n}=\frac{41}{42}+\frac{1}{n}$ (**5 бодова**) Како је $\frac{41}{42}<1$ и $\frac{1}{n}\le 1$ то је $\frac{41}{42}+\frac{1}{n}<2$ па може бити само $\frac{41}{42}+\frac{1}{n}=1$ (**8 бодова**). Одавде је $n = 42$ (**7 бодова**).

4. Од дужи BC, CD и BD најдужа је BD јер је наспрам највећег угла троугла BCD (**5 бодова**). У троуглу EDB највећа је дуж EB јер је наспрам највећег угла, па је и $EB > DB$ (**5 бодова**). У троуглу ABE највећа је дуж AE јер је наспрам највећег угла, па је и $AE > EB$ (**5 бодова**), одакле закључујемо да је најдужа дуж AE (**5 бодова**).

5. Не може. Дати једнакостраничан троугао можемо поделити на 16 једнакостраничних троуглова странице 1cm. 16 тачака можемо распоредити у сваки од ових троуглова, док последњу тачку ма где ставили биће на у једном од 16 троуглова и на растојању мањем од 1cm од тачке из тог троугла (**20 бодова**).