Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
05.03.2011.

V РАЗРЕД

1. Одреди збир свих разломака који су једнаки са $\frac{1}{2}$ таквих да им је именилац већи од 2, а бројилац мањи од 100.

2. Две праве се секу. Израчунај добијене углове ако се зна да је:
а) збир два од четири тако добијена угла 73°;
б) разлика два од четири тако добијена угла 73°;
в) збир три од четири тако добијена угла 273°.

3. У једнакости $a + b = c + d = e + f$ слова означавају различите просте бројеве мање од 30. Одреди бар једно решење за слова a, b, c, d, e и f.

4. Ивица коцке је a. Када се ивица те коцке повећа за 2cm, површина тако добијене коцке је за 96cm^2 већа од првобитне. Израчунај површину првобитне коцке.

5. Које године је рођена особа која 2011. године пуни онолико година колики је збир цифара године њеног рођења?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

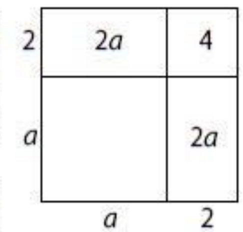
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - V РАЗЕД

1. $\frac{2}{4}+\frac{3}{6}+\cdots+\frac{99}{198}=98\cdot\frac{1}{2}=49$ (**20 бодова**).
Напомена: За тачно наведен почетни збир дати 10 бодова.

2. (**XLV, ML2**) а) $\alpha = 36°\,30'$, $\beta = 143°\,30'$ (**6 бодова**);
б) $\alpha = 53°\,30'$, $\beta = 126°\,30'$ (**7 бодова**); в) $\alpha = 87°$, $\beta = 93°$ (**7 бодова**).

3. Прости бројеви мањи од 30 су: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 (**5 бодова**).
Једно решење је $13 + 17 = 11 + 19 = 7 + 23$ (**15 бодова**).
Напомена: Ако је одређено решење без навођења простих бројева дати максималан број бодова.

4. Како коцка има 6 страна то се површина сваке стране повећа за $96 : 6 = 16$cm^2 (**5 бодова**). Повећањем ивице коцке за 2cm, површина једне стране коцке се повећа за површину два праваоугаоника страница 2cm и a, и један квадрат површине 4cm^2 (види слику). Према томе , важи $2a + 2a + 4 = 16$, односно $a = 3$cm (**10 бодова**). Дакле, тражена површина је $P = 6 \cdot a^2 = 54$cm^2 (**5 бодова**).



5. (**XLV, ML3**) Означимо годину када је особа рођена са $\overline{abcd}$. Тада је:

$$2011=\overline{abcd}+a+b+c+d$$

$$2011=1000a+100b+10c+d+a+b+c+d$$

$$2011=1001a+101b+11c+2d$$

Једино је могуће $a = 1$. Тада имамо $101b + 11c + 2d = 1010$. Једина могућност за b је 9. Тада је $11c + 2d = 101$. Једина могућност за c је 9, па је онда $d = 1$. Дакле, особа је рођена 1991. године (**20 бодова**).
Напомена: Признавати свако тачно решење до кога је ученик дошао пробањем.

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.