

Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

06.03.2010.

V РАЗРЕД

1. Одреди најмањи и највећи петоцифрени број дељив са 2010.
2. Упореди разломке $\frac{61}{2010}$ и $\frac{5}{149}$.
3. Броју 2009 дописати са леве и са десне стране једну исту цифру тако да добијени шестоцифрени број буде дељив са 12.
4. Дати су скупови
 $S_1 = \{1\}$, $S_2 = \{2, 3\}$, $S_3 = \{4, 5, 6\}$, $S_4 = \{7, 8, 9, 10\}$...
Одреди збир елемената скупа S_{10} .
5. Колики угао заклапају сатна и минутна казаљка на часовнику у 8 часова и 10 минута?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - V РАЗРЕД

1. Најмањи број је 10050 (10 бодова), а највећи број је 98490 (10 бодова).
2. $\frac{61}{2010} = \frac{305}{10050}$ (5 бодова), $\frac{5}{149} = \frac{305}{9089}$ (5 бодова). Како је $\frac{305}{10050} < \frac{305}{9089}$ то је $\frac{61}{2010} < \frac{5}{149}$ (10 бодова).
3. (ML XLIV-3) Нека је и са леве и са десне стране броја 2009 дописана цифра a . Да би тражени шестоцифрени број $a2009a$ био дељив са 12 он мора бити дељив са 3 и 4. Због дељивости са 4, његов двоцифрени завршетак може бити само 92 или 96, па у обзир долазе бројеви 220092 и 620096 (8 бодова). Број 620096 има збир цифара $6+2+9+6 = 23$ и није дељив са 3 па није решење задатка (6 бодова). Како је збир цифара броја 220092 једнак $2 + 2 + 9 + 2 = 15$, дакле дељив са 3 то је овај број једино решење (6 бодова).
4. (ML XLII-2) Како скуп S_1 има 1 елемент, скуп S_2 два елемента, скуп S_3 три елемента ..., то скуп S_{10} има 10 елемената (7 бодова). Како је $1 + 2 + \dots + 9 = 45$, то унија скупова S_1, \dots, S_{10} садржи бројеве 1, 2 ..., 45, па је $S_{10} = \{46, 47, \dots, 55\}$ (7 бодова). Збир елемената скупа S_{10} је 505 (6 бодова).
5. Угао између сатне и минутне казаљке у 8.00 часова је 120° . Минутна казаљка се креће 12 пута брже од сатне. Од 8.00 до 8.10 часова минутна казаљка се помери за угао од 60° , док сатна се помери за 12 пута мањи угао, тј. за $60^\circ : 12 = 5^\circ$. Дакле, угао између сатне и минутне казаљке биће $120^\circ + 60^\circ - 5^\circ = 175^\circ$ (20 бодова).

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.