Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике ученика основних школа 24.02.2018 – V разред

1. Пера је множио природне бројеве x и y ($x, y > 1$) и добио резултат 473. Његов наставник је утврдио да је резултат погрешан јер је у једном од бројева променио редослед цифара. Колико је $x \cdot y$?

2. Које цифре треба уклонити из броја 127912345 да би се добио највећи могући број дељив са 6?

3. Два квадра су састављена од 7, односно 11 једнаких коцки. Ако се површине тих квадара разликују за $256 cm^2$ израчунај површину једне од коцки.

4. Два троцифрена броја имају свих 6 цифара различитих. Прва цифра другог броја једнака је двострукој последњој цифри првог броја. Који је најмањи могући збир таква два броја?

5. Нека је A скуп природних бројева мањих од 2018 који су дељиви са 4, B скуп природних бројева мањих од 2018 који су дељиви са 6 и C скуп природних бројева мањих од 2018 који су дељиви са 15. Одреди број елемената скупа $A \setminus (A \cap B \cap C)$.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. Како је $473 = 11 \cdot 43$ [**10 бодова**] и како су оба чиниоца прости бројеви, закључујемо да је једино могао да промени редослед цифара у броју 43. Тражени производ је $11 \cdot 34 = 374$ [**10 бодова**].

2. Број је дељив са 6 ако је дељив са 2 и са 3. Последња цифра 5 мора се уклонити да би број био паран [**6 бодова**]. Сада из броја 12791234 треба уклонити једну цифру тако да збир преосталих цифара буде дељив са 3. То се може постићи само уклањањем цифре 2 [**7 бодова**]. Да бисмо добили највећи број, треба уклонити прву двојку. Дакле, тражени број је 1791234 [**7 бодова**].

3. (**МЛ 52/2**) Како су 7 и 11 прости бројеви, дати квадри морају бити димензија $1 \times 1 \times 7$, односно $1 \times 1 \times 11$ [**5 бодова**]. Разлика њихових површина једнака је разлици површина њихових омотача, дакле $4 \cdot 4x = 16x$, где је x површина једне стране сваке коцке. Из $16x = 256 cm^2$, добијамо да је $x = 16 cm^2$ [**10 бодова**]. Површина једне коцке је $6 \cdot 16 cm^2 = 96 cm^2$ [**5 бодова**].

4. (**МЛ 50/5**) Прва цифра другог броја мора бити парна. Ако је она једнака 2, онда је последња цифра првог броја 1, а тражени збир је тада најмањи у случајевима $301 + 245 = 546$ и $341 + 205 = 546$ [**5 поена**]. Ако је прва цифра другог броја 4, онда је последња цифра првог броја 2, а тражени збир је најмањи у случајевима $102 + 435 = 537$ и $132 + 405 = 537$ [**10 поена**]. У случајевима када је прва цифра другог броја 6 или 8 добијају се збирови већи од 700 [**5 поена**]. Дакле, најмањи тражени збир је 537.

5. Број елемената скупа $A \setminus (A \cap B \cap C)$, једнак је разлици броја елемената скупа A и броја елемената скупа $A \cap B \cap C$ [**6 поена**]. Скуп A има 504 елемента (толико има бројева мањих од 2018 који су дељиви са 4) [**4 поена**]. Скуп $A \cap B \cap C$ има 33 елемента (толико има бројева мањих од 2018 који су дељиви са 60 = НЗС(4, 6, 15)) [**8 поена**]. Тражени број је $504 - 33 = 471$ [**2 поена**].