

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике ученика основних школа
27.02.2016.

V разред

- Одреди све скупове X за које важи
 $\{a, b, c\} \cup X = \{a, b, c, d\}$.
- Одреди природан број n који је дељив са 3 и задовољава услов
 $\frac{4}{9} < \frac{n}{2016} \leq \frac{25}{56}$.
- Од две кутије шибица величине $6\text{cm} \times 4\text{cm} \times 1\text{cm}$ сложен је један квадар. Коју вредност може имати површина тог квадрата?
- Одреди најмањи природан број који при дељењу са 3 даје остатак 2, при дељењу са 5 даје остатак 3 и при дељењу са 7 даје остатак 5.
- На табли је написан број 201602. Два дечака играју игру у којој наизменично вуку потезе. Један потез се састоји у повећавању за по 1 неке две (произвољно изабране) цифре претходно добијеног броја. Победник је онај после чијег потеза су све цифре написаног шестоцифреног броја једнаке. Да ли у овој игри може постојати победник?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

- Скуп X може бити један од следећих осам скупова:
 $\{d\}, \{a, d\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}$.
(1 скуп тачно наведен: 0 поена; 2–4 скупа: 5 поена; 5–6 скупова: 10 поена; 7 скупова: 15 поена; сви тачно наведени: 20 поена. За сваки нетачно наведени скуп одузети 2 поена. Укупан број поена не може бити негативан).
- (МЛ 49/3) Како је $2016 = 4 \cdot 9 \cdot 56$, то полазну неједнакост можемо написати у облику $\frac{896}{2016} < \frac{n}{2016} \leq \frac{900}{2016}$, па је сада $896 < n \leq 900$ (10 поена). Како n мора бити и дељиво са 3, то имамо два решења: 897 и 900 (свако решење по 5 поена).
- Површина једне шибице је $2 \cdot (6\text{cm} \cdot 4\text{cm} + 6\text{cm} \cdot 1\text{cm} + 4\text{cm} \cdot 1\text{cm}) = 68\text{cm}^2$. Површина две шибице је 136cm^2 (5 поена). Површина квадрата у cm^2 добија се када се од 136 одузму површине две стране шибице које се поклапају у спајању. Дакле, у зависности од начина спајања површина добијеног квадрата може бити: $136\text{cm}^2 - 2 \cdot 6\text{cm} \cdot 4\text{cm} = 88\text{cm}^2$; $136\text{cm}^2 - 2 \cdot 6\text{cm} \cdot 1\text{cm} = 124\text{cm}^2$; $136\text{cm}^2 - 2 \cdot 4\text{cm} \cdot 1\text{cm} = 128\text{cm}^2$ (свако тачно решење по 5 поена).
- Ако траженом броју додамо 2 он ће бити дељив и са 5 и са 7, тј. биће дељив са 35. Дакле, тражени број је облика $35k - 2$ (10 поена) ($k \in \mathbb{N}$), па он може бити 33, 68, 103, ... Провером закључујемо да је најмањи међу овим бројевима који при дељењу са 3 даје остатак 2 број 68 (10 поена).
- (МЛ 49/5) Збир цифара броја 201602 је 11, тј. непаран број. Ако један дечак повећава за по 1 две цифре, то ће после његовог потеза збир цифара новог броја бити за 2 већи од претходног па ће и он бити непаран. Ако победник треба да има 6 једнаких цифара у броју, њихов збир мора бити паран, а како се то не постиже ни после једног потеза два дечака, то у игри не постоји победник (20 поена). Не признавати одговор НЕ ако је без образложења.