Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике
ученика основних школа
01.03.2014.

V РАЗРЕД

1. Шта је веће: $\dfrac{2013}{2014}$ или $\dfrac{201320132013}{201420142014}$?

2. Дати су скупови $A=\{0, 2, 3, 5, 9\}$, $B=\{1, 2, 7, 8, 9\}$, $C=\{2, 4, 5, 6, 7\}$ и $D=\{2, 4, 5, 6, 7, 9\}$. Изрази скуп D помоћу скупова A, B, C и скуповних операција.

3. Одреди природан број n и прост број p тако да важи
$$\frac{n}{2014}=\frac{11}{p}.$$
Колико решења има задатак?

4. У бројевном ребусу
ИСПИТ + ИСПИТ = ШКОЛА,
истим словима одговарају исте, а различитим различите цифре. Колику најмању вредност може имати број ИСПИТ?

5. Коцка је, помоћу 15 равни паралелних једном пару страна коцке, подељена на 16, не обавезно једнаких, квадара. Колико пута је укупна површина свих тих квадара већа од површине дате коцке?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. (**МЛ 48/3**) $\dfrac{201320132013}{201420142014}=\dfrac{2013\cdot 100010001}{2014\cdot 100010001}=\dfrac{2013}{2014}$. Дакле, дати разломци су једнаки (**20 бодова**).

2. $D=(A\cap B)\cup C$ (**20 бодова** – признавати и друге тачне записе).

3. (**МЛ 48/3**) Како је $2014 = 2\cdot 19\cdot 53$ (**5 бодова**), то p може имати вредности 2, 19 и 53, па је $\dfrac{n}{2014}=\dfrac{11}{2}$, $\dfrac{n}{2014}=\dfrac{11}{19}$ или $\dfrac{n}{2014}=\dfrac{11}{53}$. Закључујемо, ако је $p=2$, онда је $n=11077$; ако је $p=19$, онда је $n=1166$; ако је $p=53$, онда је $n=418$. Задатак има 3 решења (свако решење по **5 бодова**).

4. Да би вредност броја ИСПИТ била најмања вредности слова И, С, П, Т морају бити што мања. Нека је И = 1. У том случају слова Ш и Л морају имати једну од вредности 2 и 3. Ако је С = 4 тада К има вредност 8 или 9. Ако је П = 5 тада је О = 0, па је К = 9, због преноса са места стотина. Остале су још вредности 6, 7 и 8, па је Т = 8 и А = 6. Дакле, из сабирања 14518 + 14518 = 29036 закључујемо да је најмања вредност броја ИСПИТ 14518 (**20 бодова** – признати и свако друго решење, али не и ако је само написан резултат).

5. Шест пута. Нека је површина једне стране коцке X. Тада је површина коцке 6X. Сечењем коцке са сваком равни која је паралелна једном пару страна коцке површина добијених делова се повећава за 2X у односу на површину коцке. Како се сече са 15 равни, укупна површина ће бити за 30X већа од површине коцке, односно биће $6X + 30X = 36X = 6\cdot 6X$, па је 6 пута већа од површине коцке (**20 бодова.** Ако ученик, уз образложење, добије тачан резултат у специјалном случају да су поменути квадри подударни бодовати са 10 бодова).