

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ

07.03.2009.

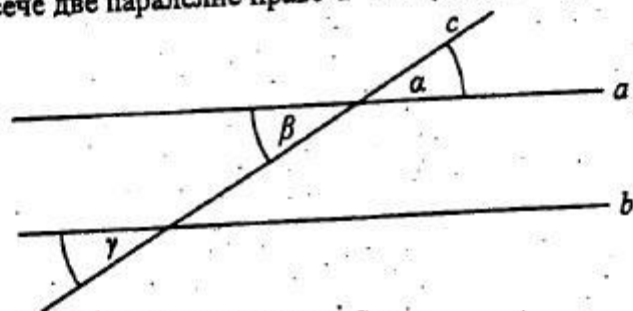
V РАЗРЕД

1. Колико има парова природних бројева n и $2n+1$ таквих да су оба броја (n и $2n+1$) проста и мања од 100?

2. Пеца поједе целу пицу за 15 минута, а Пеца и Неца заједно поједу целу пицу за 6 минута. Колико је времена потребно Неци да сам поједе целу пицу?

3. Производ неколико простих бројева је 2009. Израчунај збир тих простих бројева.

4. Права c сече две паралелне праве a и b (види слику).



Ако је $\alpha + \beta + \gamma = 2009^\circ$, израчунај α .

5. Деда је 2 пута јачи од бабе, баба је 3 пута јача од унуке, унука је 4 пута јача од Жуће, Жућа је 5 пута јачи од мачке, мачка је 6 пута јача од миша. Деда, баба, унука, Жућа, мачка и миш могу заједно да ишчупају репу, а деда, баба, унука, Жућа и мачка (без миша) не могу. Колико мишева треба позвати да би они сами могли да ишчупају репу?

РЕШЕЊА – V РАЗРЕД

1. (ML, XLII-4) Највећи двоцифрени прост број облика $2n+1$ при чему је n и n прост број је 83 (јер је $2 \cdot 41 + 1 = 83$). Значи бројеви n могу бити: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41. Бројеви који се завршавају са 7 не испуњавају услов да је n и $2n+1$ прост. Провером закључујемо да услове задатка испуњава 7 парова: 2 и 5, 3 и 7, 5 и 11, 11 и 23, 23 и 47, 29 и 59, 41 и 83 (сваки тачно одређен пар бодовати са по 3 бода, а све одређене парове са 20 бодова).

2. (ML, XLI-4) Како Пеца целу пицу поједе за 15 минута, то значи да за 1 минут поједе $\frac{1}{15}$ пице (4 бода). Неца и Пеца заједно поједу пицу за 6 минута, то значи да за 1 минут поједу $\frac{1}{6}$ пице (4 бода).

Неца за 1 минут поједе $\frac{1}{6} - \frac{1}{15} = \frac{1}{10}$ пице (6 бода). Дакле, Неца целу пицу поједе за 10 минута (6 бодова).

3. Како је $2009 = 7 \cdot 7 \cdot 41$ (10 бодова), то је збир тих простих бројева $7 + 7 + 41 = 55$ (10 бодова).

4. $\alpha = \beta$ – унакрсни углови (3 бода); $\beta = \gamma$ – углови са паралелним крацима (3 бода). Сада је $\alpha + \beta + \gamma = 2009^\circ$, $3\alpha = 2009^\circ$, одакле је $\alpha = 669^\circ 40'' = 11^\circ 9' 40''$ (14 бодова).

5. Означимо „снагу“ миша са m . Тада мачка има „снагу“ $6m$ (3 бода), Жућа $5 \cdot 6m = 30m$ (3 бода), унука $4 \cdot 30m = 120m$ (3 бода), баба $3 \cdot 120m = 360m$ (3 бода) и деда $2 \cdot 360m = 720m$ (3 бода). Дакле, њихова укупна „снага“ је $1237m$, па треба позвати 1237 мишева (5 бодова).