

6. РАЗРЕД

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

11.03.2006.

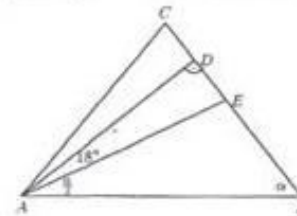
6. РАЗРЕД

- Одредити 2006-у цифру иза децималног зареза у децималном запису броја $\frac{21}{37}$.
- При сабирању два децимална броја ученик је непажњом код једног од бројева померио децимални зарез за два места удесно. Услед тога је уместо резултата 62,5876 добио 295. Које бројеве је ученик требао да сабере?
- У оштроуглом једнакокраком троуглу ABC дужина основице AB већа је од дужине крака BC . Симетрала угла на основици и висина из истог темена граде угао од 18° . Колики је угао на основици тог троугла?
 $AB > BC$
- Нека је $ABCD$ правоугаоник ($AB > CD$), а тачке E и F су такве да су троуглови AED и CDF једнакокраки и тачка E припада унутрашњости и правоугаоника $ABCD$ и троугла CDF . Доказати да је троугао BEF једнакокрачан.
- Таблица 5×5 попуњена је на произвољан начин бројевима из скупа $\{-1, 0, 1\}$. Посматрају се збирови тих бројева по врстама, колонама и обе дијагонале таблице. Доказати да међу њима бар два морају бити једнака.

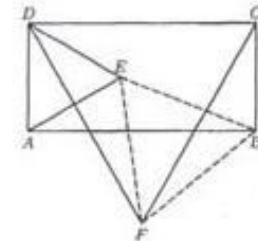
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА:

- Како је $\frac{21}{37} = 0,567\overline{567}$, (5 бодова) а $2006 = 3 \cdot 668 + 2$, на 2006-ом месту иза децималног зареза налази се цифра 6. (15 бодова)
- Нека је ученик требао да сабере бројеве x и y . По услову задатка је $x + y = 62,5876$. Како се померањем децималног зареза за два места удесно број повећа 100 пута, то је $x + 100y = 295$. (5 бодова) Даље добијамо да је $99y = 295 - 62,5876$, па је $y = 2,3476$, а $x = 60,24$. (15 бодова)

- Нека су D и E тачке у којима висина из темена A , односно симетрала угла код темена A секу крак BC . Угао на основици обележимо са α . Како је AE симетрала угла код темена A , то је $\angle BAE = \frac{\alpha}{2}$, па је $\angle BAD = \frac{\alpha}{2} + 18^\circ$. Троугао ABD је правоугли, па је $\angle BAD + \angle ABD = 90^\circ$, тј. $\frac{\alpha}{2} + 18^\circ + \alpha = 90^\circ$. Следи да је $\frac{3}{2}\alpha = 72^\circ$, односно $\alpha = 48^\circ$. (20 бодова)



- Како је $\angle BCF = 90^\circ - \angle FCD = 30^\circ$ и $\angle EDF = \angle EDA - \angle FDA = 60^\circ - (90^\circ - \angle CDF) = 30^\circ$, то су ова два угла једнака. Такође је $BC = AD = ED$ и $CF = DF$, па на основу става CYC следи да је $\triangle BCF \cong \triangle EDF$. Одатле је $FB = FE$. (10 бодова) Како је и $\angle CFB = \angle DFE$, добијамо да је $\angle EFB = \angle DFC = 60^\circ$. Према томе, $\triangle BEF$ је једнакокраки са углом између кракова од 60° , па је једнакокрачан. (10 бодова)



- Сабирајући 5 сабирака из скупа $\{-1, 0, 1\}$ могуће је добити 11 збирова, и то: $-5, -4, \dots, 4, 5$. Како врста, колона и дијагонала у таблицу има 12, по Дирихлеовом принципу бар два збира морају бити једнака. (20 бодова)