

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике ученика основних школа
25.03.2017.

V разред

- Збир три броја је 2,2. Ако се први сабирак повећа за 1,2, други смањи за 0,2 и трећи смањи за збир $0,4 + 0,5$ израчунај збир тако добијених бројева.
- Док се Миша припремао за ово такмичење, његов млађи брат Пера је кришом истргнуо 30, не обавезно суседних, листова из једне од Мишиних збирки задатака. Пера је затим сабрао бројеве којима су нумерисане стране на истргнутим листовима и тврди да је добио збир 2017. Да ли је то могуће?
- Зоран има коцку на чијој свакој страни је написано или 2 или 4 или 8. Бацао је коцку двапут. После првог бацања сабрао је свих 5 бројева на видљивим странама коцке и добио збир 16. После другог бацања добио је збир 20. Одреди бројеве који су написани на странама коцке и начине на које се могу добити зборови 16 и 20. Нађи једно решење.
- Одреди све начине да се слова A, B, C, D, E замене бројевима из скупа $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ (иста слова истим, а различита различитим бројевима) тако да важе неједнакости:
 $A > B, C > A, C > D$ и $D > E$.
- Аца је поделио неки прост број n са 60 и као остатак је добио сложен број. Који је остатак добио Аца?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 150 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

- (МЛ 51/3) $2,2 + 1,2 - 0,2 - (0,4 + 0,5)$ [10 поена]
 $= 2,3$ [10 поена].
- Бројеви којима су нумерисане стране једног листа су два узастопна природна броја, па је њихов збир непаран број [10 поена]. Збир тридесет непарних бројева је паран број, па не може бити једнак 2017 [10 поена].
Напомена. Не признавати одговор „не“ без образложења.
- Бројеви су 8, 4, 4, 4, 2, 2 [10 поена]. Зборови се добијају као $4 + 4 + 4 + 2 + 2 = 16$ [5 поена] и $8 + 4 + 4 + 2 + 2 = 20$ [5 поена].
Напомена. Може се показати да је ово решење јединствено, али то се не тражи (и не бодује) у задатку.
- Треба да важи $C > A > B$ и $C > D > E$, па мора бити $C = 5$ и не сме бити $A = 1$ нити $D = 1$. Разматрајући случајеве $A \in \{2, 3, 4\}$ добијамо решења као у табели.

A	2	3	3	4	4	4
B	1	2	1	3	2	1
C	5	5	5	5	5	5
D	4	4	4	2	3	3
E	3	1	2	1	1	2

[Једно тачно решење 2 поена; два тачна решења 4 поена; три тачна решења 7 поена; четири тачна решења 11 поена; пет тачних решења 15 поена; шест тачних решења 20 поена. Свако погрешно решење -1 поен (с тим да укупан збир не може бити негативан).]

- Према условима задатка, прост број n се представља у облику $n = 60k + r$, где је r сложен број и $r \in \{0, 1, 2, \dots, 59\}$ [5 поена]. Број r не може бити дељив са 2, 3 или 5 јер иначе број n не би био прост [10 поена]. Једини сложен број мањи од 60 чији је најмањи прост чинилац 7 (или већи) јесте број $7^2 = 49$ и он је (једино) решење задатка [5 поена].
Напомена: „Погођен“ одговор 49, са провером (нпр. $n = 109$), без доказа да је решење јединствено - 10 поена.