

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа
25.03.2018.

V разред

- Одреди која се цифра налази на 2018-ом месту после запете у децималном запису броја $\frac{18}{7}$.
- На колико начина је могуће испред и иза броја 2018 дописати по једну цифру (цифре не морају бити једнаке) тако да се добије шестоцифрени број дељив са 36?
- Збир дужина неке две странице правоугаоника је 14 cm, а збир дужина неке три његове странице је 19 cm. Колики може бити обим тог правоугаоника?
- На столу је десет папира на којима је записан по један природан број. Збир свих 10 бројева на папирима је 20182019. Могу ли се папири поделити у две групе (у групама не мора бити исти број папира) тако да је највећи број у свакој групи једнак збиру бројева на преосталим папирима у тој групи?
- Дат је број 123456789101112...5960. Одреди:
а) највећи могући; б) најмањи могући
број који се добија када се у датом броју избрише 100 цифара.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 150 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

- (МЛ 50/5) $\frac{18}{7} = 2,571428$ [10 бодова], а како је $2018 = 6 \cdot 336 + 2$, тражена цифра је друга у периоду и једнака је 7 [10 бодова].
- Да би број $x2018y$ био дељив са 36, мора бити дељив са 4 и 9 [5 бодова]. Да би био дељив и са 4 и са 9, у мора бити 0, 4 или 8 [5 бодова], а $x + y$ мора бити 7 или 16 [5 бодова]. Заменом у са 0, 4 или 8 добијамо редом да x може бити 7, 3 или 8, па постоје 3 броја са траженом особином и они су 720180, 320184 и 820188 [5 бодова]. Ако ученик само наведе 1 или 2 броја, бодовати укупно са 5 односно 10 бодова; за сваки погрешно наведени број одузети 3 бода, с тим да укупан збир не буде негативан.].
- Ако је збир две суседне странице 14cm, онда је обим правоугаоника 28cm [6 бодова]. Ако је збир две наспрамне странице 14cm, онда је дужина сваке 7cm. Означимо странице правоугаоника са a и b . Тада је $2a + b = 19$ cm или $a + 2b = 19$ cm, па друга страница може бити 5cm или 6cm, односно обим може бити 24cm [7 бодова] или 26cm [7 бодова]. Дакле, обим правоугаоника може бити 24cm, 26cm или 28cm.
- Претпоставимо да је описана подела могућа. Како је највећи број у групи једнак збиру свих преосталих бројева, то значи да је збир бројева у обе групе паран број. Збир два парна броја је паран, па онда и збир свих бројева из обе групе мора бити паран. Како је 20182019 непаран број, закључујемо да се папири не могу поделити у две групе са траженом особином [20 бодова. Не признавати одговор „не“ без образложења.].
- а) Дати број има 111 цифара, а добијени 11 цифара [2 бода]. Како се цифра 9 јавља 6 пута, не можемо их све узети јер се после последње јављају само цифре 6 и 0. Дакле, првих 5 цифара највећег броја су деветке, а преосталих 6 бирамо у делу 505152...57585960. Највећи тражени број је 99999785960 [9 бодова].
б) Најмањи број је 10000012340 [9 бодова].