

## МНОГОУГАО

1. Петоугао има два права угла, један угао од  $147^\circ$ , а други од  $98^\circ$ . Колики је пети угао петоугла?

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 90^\circ$$

$$\alpha_3 = 147^\circ$$

$$\alpha_4 = 98^\circ$$

$$\alpha_5 = ?$$

$$S_m = (n-2) \cdot 180^\circ$$

$$S_m = (n-2) \cdot 180^\circ$$

$$S_5 = (5-2) \cdot 180^\circ$$

$$S_5 = 3 \cdot 180^\circ$$

$$S_5 = 540^\circ$$

$$S_5 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5$$

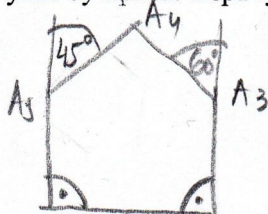
$$540^\circ = 90^\circ + 90^\circ + 147^\circ + 98^\circ + \alpha_5$$

$$540^\circ = 425^\circ + \alpha_5$$

$$\alpha_5 = 540^\circ - 425^\circ$$

$$\alpha_5 = 115^\circ$$

2. Један спољашњи угао петоугла износи  $45^\circ$ , други спољашњи угао износи  $60^\circ$ , а два унутрашња угла су права. Израчунај остале унутрашње и спољашње углове овог петоугла.



$$A_1 \quad A_2$$

$$\alpha_3 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\alpha_5 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

$$S_5 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5$$

$$540^\circ = 90^\circ + 90^\circ + 120^\circ + \alpha_4 + 135^\circ$$

$$540^\circ = 435^\circ + \alpha_4$$

$$\alpha_4 = 540^\circ - 435^\circ$$

$$\alpha_4 = 105^\circ$$

$$S_m = (n-2) \cdot 180^\circ$$

$$S_5 = 3 \cdot 180^\circ$$

$$S_5 = 540^\circ$$

3. Шестоугао има два једнака унутрашња угла. Израчунај њихове мере ако су остала четири  $95^\circ, 105^\circ, 120^\circ$  и  $140^\circ$ .

$$\alpha_1 = \alpha_2 = x$$

$$\alpha_3 = 95^\circ$$

$$\alpha_4 = 105^\circ$$

$$\alpha_5 = 120^\circ$$

$$\alpha_6 = 140^\circ$$

$$S_6 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6$$

$$720^\circ = x + x + 95^\circ + 105^\circ + 120^\circ + 140^\circ$$

$$2x + 460^\circ = 720^\circ$$

$$2x = 720^\circ - 460^\circ$$

$$2x = 260^\circ$$

$$x = \frac{260^\circ}{2}$$

$$x = 130^\circ$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 130^\circ$$

$$S_m = (n-2) \cdot 180^\circ$$

$$S_6 = (6-2) \cdot 180^\circ$$

$$S_6 = 4 \cdot 180^\circ$$

$$S_6 = 720^\circ$$

4. Један спољашњи угао седмоугла је  $35^\circ$ , један унутрашњи угао седмоугла је  $110^\circ$ , а преостали унутрашњи углови су међусобно једнаки. Израчунај мере преосталих унутрашњих углова?

$$\alpha_1 = 35^\circ \Rightarrow \alpha_1 = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$$

$$\alpha_2 = 110^\circ$$

$$\alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = \alpha_6 = \alpha_7 = x$$

$$S_m = (n-2) \cdot 180^\circ$$

$$S_7 = (7-2) \cdot 180^\circ$$

$$S_7 = 5 \cdot 180^\circ$$

$$S_7 = 900^\circ$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 + \alpha_7 = S_7$$

$$145^\circ + 110^\circ + x + x + x + x + x = 900^\circ$$

$$255^\circ + 5x = 900^\circ$$

$$5x = 900^\circ - 255^\circ$$

$$5x = 645^\circ$$

$$x = \frac{645^\circ}{5}$$

$$x = 129^\circ$$

$$\alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = \alpha_6 = \alpha_7 =$$

$$= 129^\circ$$

5. Један унутрашњи угао седмоугла је прав, а преостала унутрашњи углови су међусобно једнаки. Израчунај мере преосталих унутрашњих углова?

$$\alpha_1 = 90^\circ$$

$$\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = \alpha_6 = \alpha_7 = x$$

$$S_m = (n-2) \cdot 180^\circ$$

$$S_7 = (7-2) \cdot 180^\circ$$

$$S_7 = 5 \cdot 180^\circ$$

$$S_7 = 900^\circ$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 + \alpha_7 = S_7$$

$$90^\circ + x + x + x + x + x + x = 900^\circ$$

$$90^\circ + 6x = 900^\circ$$

$$6x = 900^\circ - 90^\circ$$

$$6x = 810^\circ$$

$$x = \frac{810^\circ}{6}$$

$$x = 135^\circ$$

$$\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = \alpha_6 = \alpha_7 = 135^\circ$$

6. Један угао шестоугла је  $\alpha$ , а сваки од преосталих пет је за  $10^\circ$  мањи од претходног. Израчунај углове шестоугла.

$$\alpha_1 = \alpha$$

$$\alpha_2 = \alpha - 10^\circ$$

$$\alpha_3 = \alpha - 20^\circ$$

$$\alpha_4 = \alpha - 30^\circ$$

$$\alpha_5 = \alpha - 40^\circ$$

$$\alpha_6 = \alpha - 50^\circ$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 = 720^\circ$$

$$\alpha + \alpha - 10^\circ + \alpha - 20^\circ + \alpha - 30^\circ + \alpha - 40^\circ + \alpha - 50^\circ = 720^\circ$$

$$6\alpha - 150^\circ = 720^\circ$$

$$6\alpha = 720^\circ + 150^\circ$$

$$6\alpha = 870^\circ$$

$$\alpha = \frac{870^\circ}{6} \quad \alpha = 145^\circ$$

$$S_m = (n-2) \cdot 180^\circ$$

$$S_6 = 4 \cdot 180^\circ$$

$$S_6 = 720^\circ$$

$$\alpha_1 = 145^\circ \quad \alpha_2 = 135^\circ \quad \alpha_3 = 125^\circ$$

$$\alpha_4 = 115^\circ \quad \alpha_5 = 105^\circ$$

$$\alpha_6 = 95^\circ$$

7. Један угао петоугла је  $\alpha$ , а нека је сваки следећи угао од преостала четири за  $20^\circ$  већи од претходног. Израчунај углове петоугла.

$$\alpha_1 = \alpha$$

$$\alpha_2 = \alpha + 20^\circ$$

$$\alpha_3 = \alpha + 40^\circ$$

$$\alpha_4 = \alpha + 60^\circ$$

$$\alpha_5 = \alpha + 80^\circ$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 = S_5$$

$$\alpha + \alpha + 20^\circ + \alpha + 40^\circ + \alpha + 60^\circ + \alpha + 80^\circ = 540^\circ$$

$$5\alpha + 200^\circ = 540^\circ$$

$$\alpha = 68^\circ$$

$$5\alpha = 540^\circ - 200^\circ$$

$$5\alpha = 340^\circ$$

$$\alpha = \frac{340^\circ}{5}$$

$$S_m = (n-2) \cdot 180^\circ$$

$$S_5 = 3 \cdot 180^\circ$$

$$S_5 = 540^\circ$$

$$\alpha_1 = 68^\circ$$

$$\alpha_2 = 88^\circ$$

$$\alpha_3 = 108^\circ$$

$$\alpha_4 = 128^\circ$$

$$\alpha_5 = 148^\circ$$

8. Колико страница има многоугао чији је збир унутрашњих углова

а) за  $2520^\circ$  већи од збира спољашњих углова?

б) за  $3240^\circ$  већи од збира спољашњих углова?

$$S_m = 360^\circ$$

а)  $S_m = S_m + 2520^\circ$

$$S_m = 360^\circ + 2520^\circ$$

$$S_m = 2880^\circ$$

$$(n-2) \cdot 180^\circ = 2880^\circ$$

$$(n-2) = \frac{2880^\circ}{180^\circ}$$

$$n-2 = 16$$

$$n = 16 + 2$$

$$n = 18$$

б)  $S_m = S_m + 3240^\circ$

$$S_m = 360^\circ + 3240^\circ$$

$$S_m = 3600^\circ$$

$$(n-2) \cdot 180^\circ = 3600^\circ$$

$$(n-2) = \frac{3600^\circ}{180^\circ}$$

$$n-2 = 20$$

$$n = 20 + 2$$

$$n = 22$$

9.	Колико страница има многоугао чији је збир унутрашњиху глава а) шест пута већи од збира спољашњих углова? б) девет пута већи од збира спољашњих углова?
а) $S_m = 6 \cdot S_u$ $S_m = 6 \cdot 360^\circ$ $S_m = 2160^\circ$ $S_m = (m-2) \cdot 180^\circ$ $2160^\circ = (m-2) \cdot 180^\circ$ $m-2 = \frac{2160^\circ}{180^\circ}$ $m-2 = 12$ $m = 12+2$ $\boxed{m = 14}$	б) $S_m = 9 \cdot S_u$ $S_m = 9 \cdot 360^\circ$ $S_m = 3240^\circ$ $S_m = (m-2) \cdot 180^\circ$ $3240^\circ = (m-2) \cdot 180^\circ$ $m-2 = \frac{3240^\circ}{180^\circ}$ $m-2 = 18$ $m = 18+2$ $\boxed{m = 20}$
10.	Одреди број страница многоугла код ког је разлика збира унутрашњих углова и збира спољашњих углова једнака $1440^\circ$ . $S_m - S_u = 1440^\circ$ $S_m - 360^\circ = 1440^\circ$ $S_m = 1440^\circ + 360^\circ$ $S_m = 1800^\circ$ $(m-2) \cdot 180^\circ = 1800^\circ$ $m-2 = \frac{1800^\circ}{180^\circ}$ $m-2 = 10$ $m = 10+2$ $\boxed{m = 12}$
11.	У правилном <u>дванаестуглу</u> израчунати: а) централни угао; б) збир унутрашњих углова; в) спољашњи угао; г) укупан број дијагонала; д) број дијагонала који се може повући из једног темена; њ) један унутрашњи угао.
А) $\frac{m=12}{\varphi=?}$ $\varphi = \frac{360^\circ}{n}$ $\varphi = \frac{360^\circ}{12}$ $\boxed{\varphi = 30^\circ}$	Б) $\frac{m=12}{S_m=?}$ $S_u = (m-2) \cdot 180^\circ$ $S_{12} = (12-2) \cdot 180^\circ$ $S_{12} = 10 \cdot 180^\circ$ $\boxed{S_{12} = 1800^\circ}$
В) $\frac{m=12}{\alpha=?}$ $\alpha = \frac{360^\circ}{n}$ $\alpha = \frac{360^\circ}{12}$ $\boxed{\alpha = 30^\circ}$	Г) $\frac{m=12}{D_m=?}$ $D_m = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$ $D_{12} = \frac{12 \cdot (12-3)}{2}$ $D_{12} = \frac{12 \cdot 9}{2}$ $D_{12} = 54$
Д) $\frac{m=12}{d_n=?}$ $d_n = m-3$ $d_{12} = 12-3$ $\boxed{d_{12} = 9}$	Ђ) $\frac{m=12}{\alpha=?}$ $\alpha = \frac{360^\circ}{n}$ $\alpha = \frac{360^\circ}{12}$ $\alpha = 30^\circ$ $d = 180^\circ - \alpha$ $d = 180^\circ - 30^\circ$ $\boxed{d = 150^\circ}$

12. Одреди број страница правилног многоугла код кога је:	
<p>а) збир унутрашњих углова <math>1800^\circ</math>;</p> $\frac{S_m = 1800^\circ}{n = ?}$ $S_m = (n-2) \cdot 180^\circ$ $1800^\circ = (n-2) \cdot 180^\circ$ $n-2 = \frac{1800^\circ}{180^\circ}$ $n-2 = 10$ $n = 10+2$ $\boxed{n = 12}$	<p>б) унутрашњи угао <math>140^\circ</math>;</p> $\frac{\alpha = 140^\circ}{n = ?}$ $\alpha' = \frac{360^\circ}{n}$ $40^\circ = \frac{360^\circ}{n}$ $n = \frac{360^\circ}{40}$ $\boxed{n = 9}$
<p>в) спољашњи угао <math>24^\circ</math>;</p> $\frac{\alpha' = 24^\circ}{n = ?}$ $\alpha' = \frac{360^\circ}{n}$ $24^\circ = \frac{360^\circ}{n}$ $n = \frac{360^\circ}{24}$ $\boxed{n = 15}$	<p>г) централни угао <math>12^\circ</math>;</p> $\frac{\varphi = 12^\circ}{n = ?}$ $\varphi = \frac{360^\circ}{n}$ $12^\circ = \frac{360^\circ}{n}$ $n = \frac{360^\circ}{12^\circ}$ $\boxed{n = 30}$
<p>д) укупан број дијагонала 77;</p> $\frac{D_n = 77}{n = ?}$ $D_n = \frac{n(n-3)}{2}$ $77 = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$ $n(n-3) = 2 \cdot 77$ $n \cdot (n-3) = 154$ $154 = 2 \cdot 7 \cdot 11$ $154 = 14 \cdot 11$ $\boxed{n = 14}$	<p>ђ) број дијагонала из једног темена 8.</p> $\frac{d_n = 8}{n = ?}$ $d_n = n-3$ $8 = n-3$ $n = 8+3$ $\boxed{n = 11}$ <p><i>Број 154 треба написати као производ два чиниоца од којих је један за три мањи од другог</i></p>
13. Одреди број страница правилног многоугла код кога је:	
<p>а) збир унутрашњих углова <math>900^\circ</math>;</p> $\frac{S_m = 900^\circ}{n = ?}$ $S_m = (n-2) \cdot 180^\circ$ $900^\circ = (n-2) \cdot 180^\circ$ $n-2 = \frac{900^\circ}{180^\circ}$ $n-2 = 5$ $n = 5+2$ $\boxed{n = 7}$	<p>б) унутрашњи угао <math>144^\circ</math>;</p> $\frac{\alpha = 144^\circ}{n = ?}$ $\alpha' = \frac{360^\circ}{n}$ $36^\circ = \frac{360^\circ}{n}$ $n = \frac{360^\circ}{36}$ $\boxed{n = 10}$
<p>в) спољашњи угао <math>45^\circ</math>;</p> $\frac{\alpha' = 45^\circ}{n = ?}$ $\alpha' = \frac{360^\circ}{n}$ $45^\circ = \frac{360^\circ}{n}$ $n = \frac{360^\circ}{45}$ $\boxed{n = 8}$	<p>г) централни угао <math>30^\circ</math>;</p> $\frac{\varphi = 30^\circ}{n = ?}$ $\varphi = \frac{360^\circ}{n}$ $30^\circ = \frac{360^\circ}{n}$ $n = \frac{360^\circ}{30^\circ}$ $\boxed{n = 12}$
<p>д) укупан број дијагонала <del>504</del> 252;</p> $\frac{D_n = 252}{n = ?}$ $D_n = \frac{n(n-3)}{2}$ $252 = \frac{n(n-3)}{2}$ $n(n-3) = 252 \cdot 2$ $n(n-3) = 504$ $504 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ $24 \cdot 21$ $504 = 24 \cdot 21$ $\boxed{n = 24}$	<p>ђ) број дијагонала из једног темена 10.</p> $\frac{d_n = 10}{n = ?}$ $d_n = n-3$ $10 = n-3$ $n = 10+3$ $n = 13$

14. Може ли збир унутрашњих углова неког многоугла бити: а)  $450^\circ$ ; б)  $1620^\circ$ ?

$\begin{array}{r} 45 \cdot 18 = 2,5 \\ -90 \\ \hline 90 \\ -90 \\ \hline 0 \end{array}$	$S_n = 450^\circ$ $n = ?$ $S_n = (n-2) \cdot 180^\circ$ $450^\circ = (n-2) \cdot 180^\circ$ $n-2 = \frac{450^\circ}{180^\circ}$	$n-2 = 2,5$ $n = 4,5$ <p>↑ НЕ МОЖЕ!</p> <p><b>n</b> - број страница          мора бити цео          број да би тај          многоугао постојао.</p>	$S_n = 1620^\circ$ $n = ?$ $S_n = (n-2) \cdot 180^\circ$ $1620^\circ = (n-2) \cdot 180^\circ$ $n-2 = \frac{1620^\circ}{180^\circ}$ $n-2 = 9$	$n = 9+2$ $n = 11$ <p>↓</p> <p><b>МОЖЕ!</b>          ЈЕР ЈЕ          n цео број</p>
---	---	---	--	---

15. Да ли постоји правилан многоугао са унутрашњим углом од а)  $40^\circ$ ; б)  $140^\circ$ ?

$d = 40^\circ$ $n = ?$ $d' = 180^\circ - 40^\circ$ $d' = 140^\circ$	$d' = \frac{360^\circ}{n}$ $140^\circ = \frac{360^\circ}{n}$ $n = \frac{360^\circ}{140^\circ}$ $n \approx 2,57 \dots$ <p>↑          n није цео број → НЕ ПОСТОЈИ</p>	$d = 140^\circ$ $n = ?$ $d' = 180^\circ - 140^\circ$ $d' = 40^\circ$	$d' = \frac{360^\circ}{n}$ $40^\circ = \frac{360^\circ}{n}$ $n = \frac{360^\circ}{40^\circ}$ $n = 9$ <p>↑          n - цео број → ПОСТОЈИ</p>
---	--	--	---