

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 19.01.2017.

VIII РАЗРЕД

1. Права p паралелна основици AB троугла ABC пресеца странице AC и BC у тачкама A_1 и B_1 редом тако да је површина троугла A_1B_1C једнака половини површине трапеца ABB_1A_1 . Ако је дужина основице $AB = 12\text{cm}$, колика је дужина дужи A_1B_1 ?
2. Одреди координате центра и дужину полупречника круга описаног око троугла $A(2, 1)$, $B(6, 1)$, $C(2, 4)$.
3. Растојање између два места аутомобил је прешао за 10 часова. Прву трећину пута се кретао брзином 80km/h , па се четвртину пута кретао брзином 90km/h и остатак пута брзином 60km/h . Колико је растојање између та два места?
4. Да ли је број $\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ рационалан или ирационалан?
5. У правоуглом троуглу једна катета је једнака 60cm , а висина која одговара хипотенузи је 48cm . За колико је површина круга описаног око тог троугла већа од површине самог троугла? [Узети да је $\pi \approx 3,14$.]

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

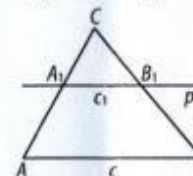
Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VIII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (ML 51/1) Из услова задатка закључујемо да су троуглови ABC и A_1B_1C слични и да је површина троугла ABC три пута већа од површине троугла A_1B_1C па је $P_{ABC} : P_{A_1B_1C} = 3:1$ (5 бодова). Како се површине сличних троуглова односе као квадрати одговарајућих страница имамо да је $P_{ABC} : P_{A_1B_1C} = c^2 : c_1^2$ што даје да је $3:1 = c^2 : c_1^2$ (10 бодова), односно $3:1 = 12^2 : c_1^2$, одакле је $c_1 = 4\sqrt{3}\text{cm}$. Дуж A_1B_1 има дужину $4\sqrt{3}\text{cm}$ (5 бодова).



2. (ML 49/4) Троугао ABC је правоугли и катете су паралелне координатним осама. Центар описане кружнице налазимо у пресеку симетрала катета. Симетрале катета су праве $x = 4$ и $y = 2,5$ па је центар описаног круга тачка $S(4; 2,5)$ (10 бодова). Дужине катета су 4 и 3 па је дужина хипотенузе троугла ABC једнака 5, а полупречник описане кружнице 2,5 (10 бодова).

3. (ML 51/1) Означимо са S тражено растојање између та два места, са t_1 временски период у коме се кретао брзином 80km/h , са t_2 временски период у коме се кретао брзином 90km/h и на крају са t_3 временски период у коме се кретао брзином 60km/h . Очигледно важи:

$$t_1 = \frac{S}{80} = \frac{S}{240}, \quad t_2 = \frac{4}{90} = \frac{S}{360}, \quad t_3 = \frac{S - \frac{S}{3} - \frac{S}{4}}{60} = \frac{5S}{720} \quad \text{и} \quad t_1 + t_2 + t_3 = 10.$$

Из тога следи једначина $\frac{S}{240} + \frac{S}{360} + \frac{5S}{720} = 10$ (15 бодова) чије решење је број 720.

Растојање између та два места је 720km (5 бодова).

$$4. \sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{(1+\sqrt{2})^2} = |1+\sqrt{2}| = 1+\sqrt{2} \quad (6 \text{ бодова});$$

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = |1-\sqrt{2}| = \sqrt{2}-1 \quad (8 \text{ бодова});$$

$$\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}} = 1+\sqrt{2} - (\sqrt{2}-1) = 2 \quad (6 \text{ бодова}).$$

5. Нека је $AC = 60\text{cm}$ и $CD = 48\text{cm}$ висина која одговара хипотенузи. Применом Питагорине теореме је $AD = 36\text{cm}$. Троуглови ABC и ACD су слични јер су им сви углови једнаки. Сада је $AD : AC = AC : AB$, одакле је $AB = 100\text{cm}$ (10 бодова). Површина троугла је 2400cm^2 (3 бода) Полупречник описаног круга је 50cm , а површина тог круга је $50^2 \cdot 3,14 = 7850\text{cm}^2$ (5 бодова). Дакле, површина круга је за 5450cm^2 већа од површине троугла (2 бода).