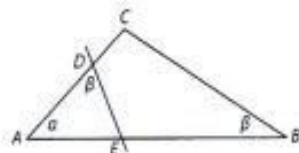


Друштво математичара Србије
ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

8. разред

23.01.2016.

1. Четири подударна круга полупречника 10 cm додирују се споља (види слику!). Израчунај површину осењеног дела равни између кругова.



2. Стране троугла ABC на слици су $BC = 10$ cm, $CA = 8$ cm и $AB = 12$ cm. Ако је $DE = 6$ cm, израчунај колико је $AD + AE$.
3. Нека су a, b, c реални бројеви различити од нуле и такви да је $a + \frac{b}{c} = b + \frac{c}{a} = c + \frac{a}{b} = 1$. Израчунај вредност израза $ab + bc + ca$.
4. Милашин и Радашин купују сулундаре. Милашину недостаје 600 динара за куповину 4 сулундара, а Радашину недостаје 600 динара за куповину 5 сулундара. Ако се удруже, недостајаће им 600 динара за куповину 6 сулундара. Колико кошта један сулундар?
5. Решити једначину $\left(\frac{7x+2}{5} - \frac{2x-3}{2}\right)^2 - 5,13 = \left(\frac{2}{5}x\right)^2$.

Сваки задатак се бодује са по 20 поена.

Изrada задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу

8. разред

1. $(400 - 100\pi) \text{ cm}^2$. [20 поена] [МЛ 5/49, стр. 15, зад. 16]
2. Из сличности $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ се добија $AD = 7,2$ cm [8 поена] и $AE = 4,8$ cm, [8 поена] па је $AD + AE = 12$ cm. [4 поена] [МЛ 1/50, стр. 21, зад. 4]
3. Из датих једнакости следи да је $ca + b = c$, $ab + c = a$ и $bc + a = b$. [5 поена] Сабирањем се добија да је $ab + bc + ca + a + b + c = a + b + c$, па је $ab + bc + ca = 0$. [15 поена] [МЛ 1/50, стр. 41, зад. 464]
4. *Прво решење.* Милашину и Радашину заједно недостаје 1200 динара за куповину 9 ($= 4 + 5$) сулундара. [10 поена] С друге стране, недостаје им 600 динара за куповину 6 сулундара. Следи да цена три сулундара износи 600 динара. [10 поена] Дакле, цена једног сулундара је 200 динара.
- Друго решење.* Нека Милашин има m динара, Радашин r динара и нека је цена једног сулундара x динара. Тада је $m = 4x - 600$, $r = 5x - 600$ и $m + r = 6x - 600$ [10 поена], па је $(4x - 600) + (5x - 600) = 6x - 600$, одакле је $9x - 1200 = 6x - 600$ и $x = 200$ [10 поена].

5. Трансформацијом једначине се редом добија: $\left(\frac{4x+19}{10}\right)^2 - 5,13 = \frac{4}{25}x^2$ [4 поена],

$$\frac{16x^2 + 152x + 361}{100} - 5,13 = \frac{4}{25}x^2 \quad [4 \text{ поена}], \quad \frac{4}{25}x^2 + 1,52x + 3,61 - 5,13 = \frac{4}{25}x^2 \quad [4 \text{ поена}],$$

$$1,52x - 1,52 = 0 \quad [4 \text{ поена}], \quad x = 1 \quad [4 \text{ поена}].$$