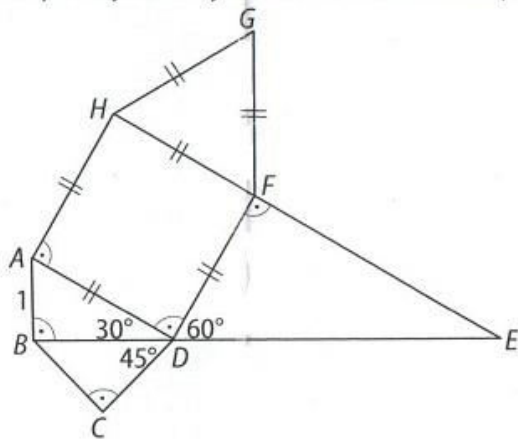


Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике
ученика основних школа
02.03.2013 – VII РАЗРЕД

1. Ако је $\sqrt{2}x - \sqrt{2}y = \sqrt{18}$, израчунај вредност израза $\frac{\sqrt{3}x}{3} - \frac{y}{\sqrt{3}}$.

2. Израчунај површину многоугла $ABCDEFGH$ на слици:



3. Одреди све двоцифрене природне бројеве \overline{ab} за које важи $\overline{ab} - \overline{ba} = n^2$, где је $n \in \mathbb{N}$.

4. Којом цифром се завршава број $4^n + 5^n + 6^n$?

5. Конструирај квадрат чија је површина једнака збиру површина три квадрата чије су странице 2cm, 3cm и 4cm.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАКА - VII РАЗРЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. $\sqrt{2}x - \sqrt{2}y = \sqrt{18}$, $\sqrt{2}(x - y) = 3\sqrt{2}$, $x - y = 3$ (7 поена).

$\frac{\sqrt{3}x}{3} - \frac{y}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}x}{3} - \frac{\sqrt{3}y}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot (x - y) = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 3 = \sqrt{3}$ (13 поена).

2. (МЛ46-5) $AD = 2AB = 2\text{cm}$. $BD = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}\text{cm}$. $BC = CD = \frac{\sqrt{6}}{2}\text{cm}$. $DE =$

$2DF = 4\text{cm}$. $EF = 2\sqrt{3}\text{cm}$. $P_{BCD} = \frac{3}{4}\text{cm}^2$ (3 поена), $P_{ABO} = \frac{\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$ (3 поена),

$P_{ADFH} = 4\text{cm}^2$ (3 поена), $P_{HGF} = \sqrt{3}\text{cm}^2$ (3 поена), $P_{EFD} = 2\sqrt{3}\text{cm}^2$ (3 поена).

Дакле, $P = \left(\frac{19}{4} + \frac{7\sqrt{3}}{2}\right)\text{cm}^2$ (5 поена),

3. (МЛ47-3) $\overline{ab} - \overline{ba} = 10a + b - (10b + a) = 9a - 9b = 9 \cdot (a - b) = n^2$ (3 поена)
Како је 9 квадрат броја 3, то и $a - b$ мора бити квадрат броја, а то је могуће за $a - b \in \{1, 4\}$ (4 поена).

a	9	8	7	6	5	4	3	2	9	8	7	6	5
b	8	7	6	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1
$a - b$	1	1	1	1	1	1	1	1	4	4	4	4	4

Дакле, тражени бројеви су 98, 87, 76, 65, 54, 43, 32, 21, 95, 84, 73, 62 и 51 (свако тачно решење по 1 поен).

4. (МЛ47-3) Број 4^n се завршава цифром 4, уколико је n непаран број, а цифром 6 ако је n паран број (4 поена). Број 5^n се завршава цифром 5 (2 поена), а 6^n се завршава цифром 6 (2 поена). Ако је n непаран број онда се збир $4^n + 5^n + 6^n$ завршава цифром 5 ($4 + 5 + 6 = 15$) (6 поена), а ако је n паран број онда се $4^n + 5^n + 6^n$ завршава цифром 7 ($6 + 5 + 6 = 17$) (6 поена).

5. Како је $2^2 + 3^2 + 4^2 = 29 = 25 + 4 = 5^2 + 2^2$ (15 поена) закључујемо да је страница траженог троугла једнака хипотенузи правоуглог троугла чије су катете 5cm и 2cm. Сада конструирамо квадрат чија нам је страница позната (5 поена за конструкцију).

