Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике
ученика основних школа
02.03.2013 - VIII РАЗРЕД

1. Реши једначину $|5x-|4x+|3x-|2x+|x||||| = 2013$.

2. Дате су две једнаке праве призме, чије основе су једнакокраки правоугли троуглови са катетама од 5cm. Висине призми су по 10cm. Колико различитих тространих и четвоространих призми можемо да саставимо од те две једнаке призме? Која од њих има највећу површину?

3. Одреди најмањи природан број који је дељив са 12 и који има 12 делилаца.

4. Нека је T тежиште троугла ABC, а B_1 тачка у којој права BT сече AC. Израчунај површину троугла ABC ако је површина троугла B_1TC једнака 3.

5. Датуми се често записују овако: 22.06.2008, 04.11.1936. Ако су при томе све цифре парне, кажемо да је то паран датум. На пример, последњи паран датум другог миленијума био је 28.08.2000. Одреди број парних датума у трећем миленијуму.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VIII РАЗРЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. Ако је $x \geq 0$ имамо: $|5x-|4x+|3x-|2x+|x||||| =$
$|5x-|4x+|3x-|2x+x||| = |5x-|4x+|3x-3x||| = |5x-|4x|| = |5x-4x| =$
$|x| = x$. Па је $x = 2013$ (**10 поена**).
Ако је $x < 0$ имамо:
$|5x-|4x+|3x-|2x+|x||||| = |5x-|4x+|3x-|2x-x||| =$
$|5x-|4x+|3x-|x||| = |5x-|4x+|3x+x|| = |5x-|4x+|4x|| =$
$|5x-|4x-4x|| = |5x| = -5x$. Сада је $-5x = 2013, x = -\frac{2013}{5}$ (**10 поена**).

2. (**МЛ46-3**) Можемо да саставимо 4 различите призме: тространа висине 20cm чија је основа једнакокрако-правоугли троугао (**2 поена**) па је површина $(225 + 100\sqrt{2})\text{cm}^2$ (**2 поена**); четворострана висине 10cm чија је основа квадрат (**2 поена**) па је површина 250cm^2 (**2 поена**); четворострана висине 10cm чија је основа паралелограм (**2 поена**) па је површина $(150 + 100\sqrt{2})\text{cm}^2$ (**2 поена**); тространа висине 10cm чија је основа једнакокрако-правоугли троугао катете $5\sqrt{2}$ cm (**2 поена**) па је површина $(150 + 100\sqrt{2})\text{cm}^2$ (**2 поена**). Највећу површину има тространа призма висине 20 cm (**4 поена**).

3. (**МЛ46-5**) Бројеви дељиви са 12 су: 12, 24, 36, 48, 60, ... Број 12 има 6 делилаца (**3 поена**), 24 има осам (**3 поена**), 36 има девет (**3 поена**), 48 има десет (**3 поена**), а 60 има дванаест и то су: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 и 60. Дакле, тражени број је 60 (**8 поена**).

4. Ако је површина $P(B_1TC) = 3$, онда је $P(B_1BC) = 9$ (**5 поена**) јер је $3TB_1 = B_1B$ и одговарајуће висине су им једнаке (**5 поена**). Даље је $P(ABC) = 2P(B_1BC) = 18$ (**5 поена**) јер је $AC = 2B_1C$ и одговарајуће висине су им једнаке (**5 поена**).

5. У току једне године постоје 4 парна месеца (02, 04, 06 и 08) (**4 поена**). У једном месецу постоји 9 парних датума (02, 04, 06, 08, 20, 22, 24, 26 и 28) (**4 поена**). У трећем миленијуму постоје 124 парне године ($5 \cdot 5 \cdot 5 - 1$) (**4 поена**). Према томе, укупан број парних датума је $124 \cdot 9 \cdot 4 = 4464$ (**8 поена**).