Друштво математичара Србије

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

7. разред 23.01.2016.

1. Ако су a и b цели бројеви и $a\sqrt{2}+b=\sqrt{(4-3\sqrt{2})^2}-5$, израчунај разлику $a-b$.
2. Израчунај: а) $(-3\sqrt{5})^2+(3\sqrt{2})^2-2\cdot(2\sqrt{10})^2$; б) $\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2-2\cdot\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2$.
3. Дијагонале једнакокраког трапеза се секу под правим углом. Ако је површина трапеза $32\,\mathrm{cm}^2$, израчунај његову висину.
4. Странице четвороугла $ABCD$ су $AB=5\,\mathrm{cm}$, $BC=13\,\mathrm{cm}$, $CD=16\,\mathrm{cm}$, $DA=20\,\mathrm{cm}$, а дијагонала $AC=12\,\mathrm{cm}$. Израчунај површину четвороугла $ABCD$.
5. Колико има петоцифрених бројева $\overline{1{*}76{*}}$ који су дељиви са 18?

РЕШЕЊА

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу

7. разред

1. Због $4-3\sqrt{2}<0$ је $\sqrt{(4-3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{2}-4$ [10 поена], па се дата једнакост своди на $a\sqrt{2}+b=3\sqrt{2}-9$. Како су a и b цели бројеви, следи да је $a=3$, $b=-9$, $a-b=12$ [10 поена]. [МЛ 5/49, стр. 15, зад. 13]
2. а) -17 [10 поена]; б) $\frac{7}{6}$ [10 поена]. [МЛ 1/50, стр. 19, зад. 10]
3. Из $P=32=\frac{1}{2}d^2$ се добија да је дијагонала трапеза $d=8\,\mathrm{cm}$. [5 поена] Ако су x и y делови на које једна дијагонала дели другу, а a и b дужине основица, онда је $a=x\sqrt{2}$, $b=y\sqrt{2}$ и $a+b=(x+y)\sqrt{2}=d\sqrt{2}$, па је збир страница $a+b=8\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$. [10 поена] Из формуле за површину се добија да је висина $h=4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$. [5 поена] [МЛ 5/49, стр. 15, зад. 14]
4. На основу обрнуте Питагорине теореме, троуглови ABC и ACD су правоугли [10 поена]. Површина је $(\frac{1}{2}\cdot5\cdot12+\frac{1}{2}\cdot12\cdot16)\,\mathrm{cm}^2=126\,\mathrm{cm}^2$. [10 поена]
5. Тражени број мора бити паран, па му последња цифра може бити 0, 2, 4, 6 или 8 [6 поена]. Како збир цифара траженог броја мора бити дељив са 9 [7 поена], за сваку од поменутих 5 могућности постоји по једна могућност за избор друге цифре, сем за 4, када постоје две могућности (0 и 9). Укупно има 6 таквих бројева [7 поена].