

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

VII РАЗРЕД

Министарство просвете и спорта Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

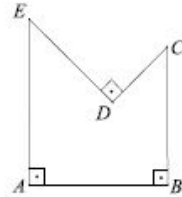
15.03.2008.

VII РАЗРЕД

1. Ако је $x = \frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{2}$, израчунај:

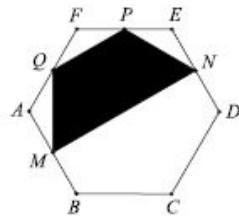
$$(x - y)^3 - (x - y^3) + (-x \cdot y^3) - (-x \cdot y)^3.$$

2. Наћи обим многоугла на слици ако је $AE = 13\text{cm}$, $BC = 7\text{cm}$, $ED = 8\text{cm}$ и $CD = 6\text{cm}$ и ако је $\angle EAB = \angle ABC = \angle CDE = 90^\circ$.



3. Ако је $\sqrt{2} \cdot x - \sqrt{2} \cdot y = \sqrt{18}$, израчунај вредност израза $\frac{\sqrt{3} \cdot x}{3} - \frac{y}{\sqrt{3}}$.

4. Одреди однос површина правилног шестоугла $ABCDEF$ и четвороугла $MNPQ$ на слици ако су M, N, P, Q средишта страница AB, DE, EF, FA .



5. Наћи просте троцифрене бројеве чији је производ цифара 252.

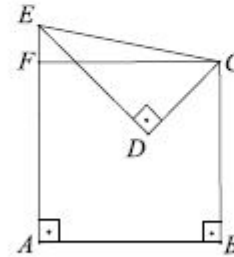
Сваки задатак бодује се са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

1. $\frac{27}{64}$ (20 бодова).

2.



Како је $EC = 10\text{cm}$ (5 бодова) и ако на AE означимо F тако да је $AF = BC$ то је $ABCF$ правоугаоник, а CEF правоугли троугао (5 бодова). Одавде закључујемо да је $AB = CF = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8\text{cm}$ (5 бодова). Дакле, $O_{ABCDE} = 8 + 7 + 6 + 8 + 13 = 42\text{cm}$ (5 бодова).

3. Из $\sqrt{2} \cdot x - \sqrt{2} \cdot y = \sqrt{18}$ следи да је $x - y = 3$ (8 бодова). Сада је $\frac{\sqrt{3} \cdot x}{3} - \frac{y}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \cdot x}{3} - \frac{\sqrt{3} \cdot y}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot (x - y) = \sqrt{3}$ (12 бодова).

4. Означимо страницу шестоугла $ABCDEF$ са a . Површина четвороугла $MNPQ$ једнака је половини површине правилног шестоугла чија су темена средишта страница шестоугла $ABCDEF$. Означимо страницу тог шестоугла са b . Тада је $b = QP = \frac{1}{2}AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (5 бодова) (AE - краћа дијагонала правилног шестоугла). Дакле, тражени однос је

$$P_{ABCDEF} : P_{MNPQ} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2} : \frac{3b^2\sqrt{3}}{4} = a^2 : \frac{3a^2}{8} = 8 : 3 \text{ (5 бодова)}$$

2
4
5 бодова
5 бодова

5. Како је $252 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ (5 бодова), видимо да цифре тог троцифреног броја могу бити 4, 9 и 7 или 6, 6 и 7 (5 бодова). Како су сви троцифрени прости бројеви непарни, то су решења неки од бројева 479, 497, 749, 947 или 667 (5 бодова). Како $7 \mid 497$, $7 \mid 749$ и $23 \mid 667$ то су тражени прости бројеви 479 и 947 (5 бодова).