Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

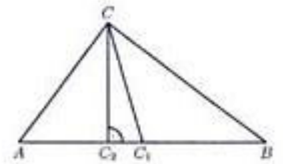
10.03.2007.

7. РАЗРЕД

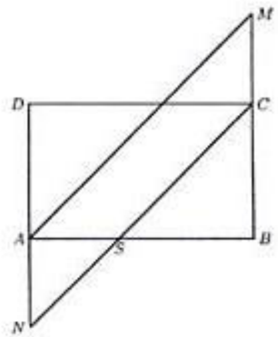
1. Израчунати вредност израза $\sqrt{(\sqrt{5}-5)^2}-(\sqrt{5}-5)$.
2. У правоуглом троуглу ABC дужине катета AC и BC су редом 30 cm и 40 cm. Ако је C_1 средиште хипотенузе, а C_2 подножје хипотенузине висине, израчунати дужину дужи C_1C_2.
3. Дужине страница AB и BC правоугаоника $ABCD$ су редом 5 cm и 3 cm. Пресек праве која садржи тачке B и C и симетрале угла BAD је тачка M, а пресек праве која садржи тачке A и D и симетрале угла BCD је тачка N. Израчунати површину четвороугла $ANCM$.
4. Одредити најмањи природан број који је дељив са 15, а свака цифра му је 0 или 4.
5. Одредити најмањи природан број који се може добити кад се у изразу $1*2*3*\cdots*2005*2006$ свака звездица замени са $+$ или $-$.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА:

1. (МЛ 1, год. 2005/6, стр. 21, зад. 10) $\sqrt{(\sqrt{5}-5)^2}-(\sqrt{5}-5)=|\sqrt{5}-5|-(\sqrt{5}-5)=5-\sqrt{5}-\sqrt{5}+5=10-2\sqrt{5}$. (20 бодова)
2. Примењујући Питагорину теорему на правоугли троугао ABC добијамо да је $AB^2 = AC^2+BC^2$, па је дужина хипотенузе AB једнака 50 cm. (2 бода) Дужина тежишне дужи која одговара хипотенузи једнака је половини дужине хипотенузе, па је дужина дужи CC_1 једнака 25 cm. (6 бодова) Површина правоуглог троугла једнака је половини производа дужина катета, односно половини производа дужина хипотенузе и одговарајуће висине. Одавде добијамо да је дужина дужи CC_2 једнака $\frac{30\cdot 40}{50}$ cm, тј. 24 cm. (6 бодова) Коначно, примењујући Питагорину теорему на правоугли троугао C_1CC_2 добијамо да је $C_1C_2^2 = C_1C^2 - CC_2^2$, па је дужина дужи C_1C_2 једнака 7 cm. (6 бодова)



3. Нека је тачка S пресек дужи AB и CN. Како је $\measuredangle BCS = 45°$, а троуглови BCS и ANS су правоугли, то је $\measuredangle CSB = 45°$ и $\measuredangle ASN = \measuredangle ANS = 45°$. Следи да су троуглови BCS и ANS и једнакокраки, па је $BS = BC = 3$ cm, а $AN = AS = 2$ cm. (6 бодова) Како је и $\measuredangle BAM = 45°$, он је једнак са $\measuredangle BSC$, па је $NC \parallel AM$. Такође је $NA \parallel CM$, па је четвороугао $ANCM$ паралелограм. (8 бодова) Његова површина је производ дужина странице AN и одговарајуће висине AB, те је према томе једнака 10 cm^2. (6 бодова)



4. Број је дељив са 15 ако је дељив и са 5 и са 3. Да би био дељив са 5, тражени број се мора завршавати нулом, (5 бодова) а да би био дељив са 3, збир цифара му мора бити дељив са 3. Због тога се у декадном запису тог броја мора појавити тачно k четворки, где је k број дељив са 3. Како тражимо најмањи природан број са задатом особином, то је $k=3$. (10 бодова) Тражени број је 4440. (5 бодова)
5. (МЛ 1, год. 2006/7, стр. 40, зад. 235) Најмањи природан број који се може добити је 1, на пример на следећи начин: $(1-2-3+4)+(5-6-7+8)+\cdots+(2001-2002-2003+2004)-2005+2006$. (20 бодова)