2006 ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ

VII разред

1 . Упоредити бројеве $\sqrt{7-\sqrt{7}}$ и 2.

2 . Доказати да вредност израза $(8^{2n+1}\cdot 16^n) : 4^{5n+1}$ не зависи од природног броја n.

3 . Израчунати обим једнакокраког трапеза ако су му оштри углови 45°, дужина висине $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ и површина $32\,\mathrm{cm}^2$.

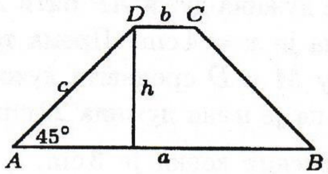
4 . Цифра десетица два различита двоцифрена броја је 6. Ако у сваком од њих цифре десетица и јединица замене места, производ тако добијених бројева је једнак производу датих бројева. О којим бројевима је реч?

5 . Страница AB правоугаоника $ABCD$ је два пута већа од странице BC. Нека је E тачка странице AB таква да су углови AED и DEC једнаки. Одредити величину тих углова.

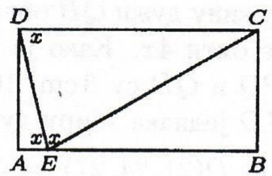
1 . Како је $\sqrt{7} < 3$, то је $7-\sqrt{7} > 7-3 = 4$. Следи да је $\sqrt{7-\sqrt{7}} > 2$.

2 . Како је $8^{2n+1}\cdot 16^n = (2\cdot 4)^{2n+1}\cdot 4^{2n} = 2^{2n+1}\cdot 4^{4n+1}2\cdot 4^n\cdot 4^{4n+1} = 2\cdot 4^{5n+1}$, след да је вредност датог израза једнака 2.

3 . Нека су a и b дужине основица, c дужина крака, а h дужина висине (све у cm) датог трапеза (слика). Из $h\dfrac{a+b}{2} = 32$ следи да је $a+b = 32 : \sqrt{2} = 16\sqrt{2}$. Како је оштар уга трапеза 45°, то је $c = h\sqrt{2} = 4$. Према томе, обим датог трапеза је $8(2\sqrt{2}+1)\,\mathrm{cm}$.



Сл. уз задатак 3



Сл. уз задатак 5

4 . Ако су x и y цифре јединица датих бројева, из услова задатка добијамо да ј $\overline{6x}\cdot\overline{6y} = \overline{x6}\cdot\overline{y6}$. Из једнакости $(60+x)(60+y) = (10x+6)(10y+6)$ следи $3600+xy =$ $100xy+36$, односно $xy = 36$. Како су x и y цифре, оне могу бити једино 4 и 9, па с тражени бројеви 64 и 69.

5 . Како је $\measuredangle DEC = \measuredangle AED = \measuredangle EDC$, следи да је $CE = CD$, односно $CE = AB$ (слика). У правоуглом троуглу EBC хипотенуза EC два пута је већа од катете BC. Према томе, $\measuredangle CEB = 30^\circ$, што значи да је $\measuredangle AED = \measuredangle DEC = 75^\circ$.